CHAPITRE 1
LES FONCTIONS AFFINES

DÉFINITION ET EXEMPLES

f est une fonction affine de la forme $f(x) = ax + b$ où a et b sont des nombres réels fixes.
Si $a = 0$, alors $f(x) = b$ est une **fonction constante**.
Si $b = 0$, alors $f(x) = ax$ est une **fonction linéaire**.

EXEMPLES

Fonctions affines

$f(x) = -3x + 1$

$g(x)= \frac{5}{4}x - 2$

$h(x) = 3{,}5x$ (affine et linéaire)

$i(x) = -4$ (affine et constante)

VARIATIONS D'UNE FONCTION AFFINE

La dérivée de f est $f'(x) = a$, avec a qui est un nombre fixe.
Si $a > 0$ alors f est strictement croissante.
Si $a < 0$ alors f est strictement décroissante.

EXEMPLES

$f(x) = -3x + 1$

et

$g(x)= \frac{5}{4}x - 2$ sur l'intervalle [-4;4]

$-3 < 0$ et $\frac{5}{4} > 0$ donc on en déduit les tableaux de variation suivants.

x	-4		4
$f(x) = -3x + 1$	13	$\searrow$	-11

$f(-4) = -3 \times (-4) + 1 = 12 + 1 = 13$

$f(4) = -3 \times 4 + 1 = -12 + 1 = -11$

x	-4	4
$g(x)=\frac{5}{4}x - 2$	3	-7

$g(-4)= \frac{5}{4} \times (-4) - 2 = -5 - 2 = -7$

$g(4)= \frac{5}{4} \times (4) -2 = 5 - 2 = 3$

COURBE REPRÉSENTATIVE DE FONCTION AFFINE

La courbe représentative d'une fonction affine est une **droite d'équation réduite** de la forme $y = ax + b$, avec a le **coefficient directeur**, et b l'**ordonnée à l'origine**.

EXEMPLES

Courbes et équations de droites.

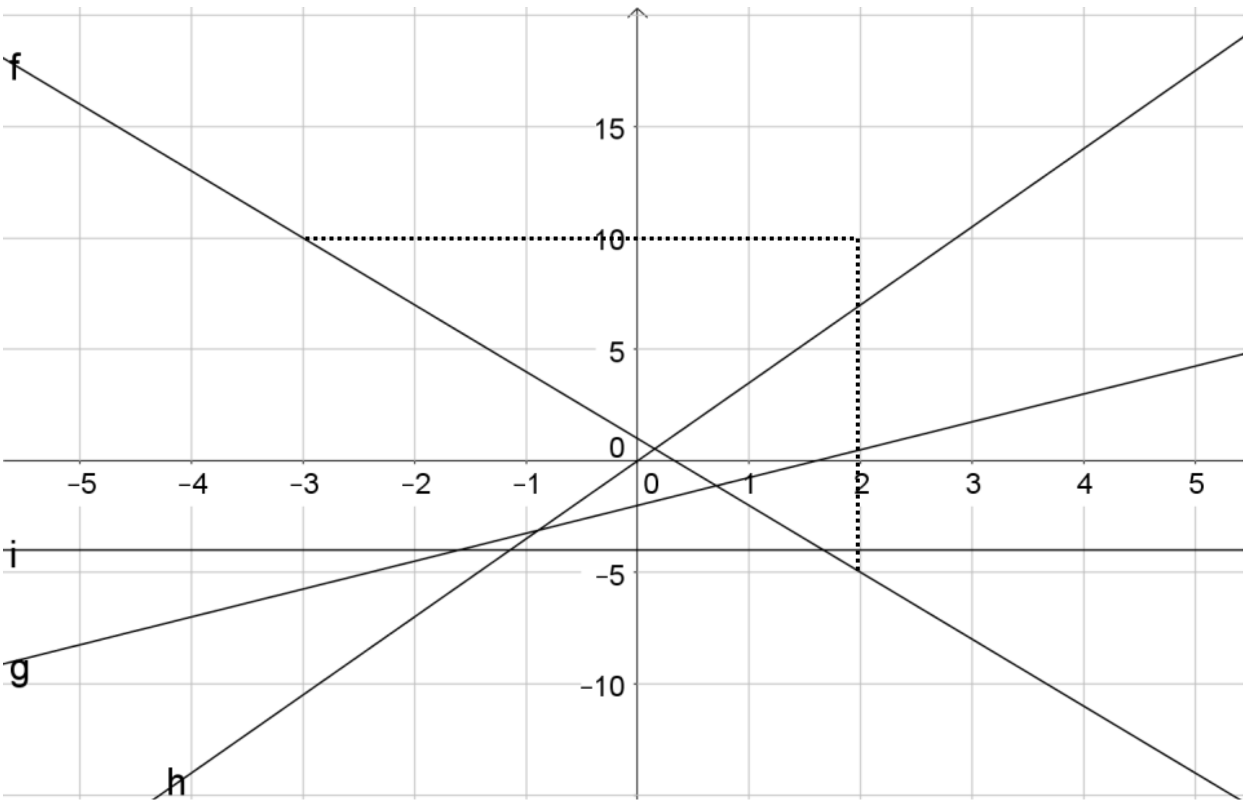
$f(x) = - 3x + 1$

$g(x)= \frac{5}{4} x - 2$

$h(x) = 3{,}5x$

$i(x) = -4$

Avec ces équations, on obtient les courbes ci-dessous.



> *Remarques :*

Pour tracer ces droites correctement, il faut chaque fois connaître les coordonnées d'au moins deux points. Pour cela, il y a deux méthodes :

- utiliser les tableaux de variation, en établissant deux points de coordonnées $(x;f(x))$. Pour la fonction f, on peut ainsi relier les points $(-4;13)$ et $(4;-11)$
- calculer les coordonnées de deux nouveaux points en utilisant l'équation de la droite.
  Avec par exemple $y = -3x + 1$, choisissons deux valeurs $x = -3$ et $x = 2$.
  On calcule : pour $x = -3$, $y = -3 \times (-3) + 1 = 10$
  Pour $x = 2$, $y = -3 \times 2 + 1 = -5$

On obtient donc deux points de coordonnées $(-3;10)$ et $(2;-5)$. Il ne reste plus qu'à tracer la droite passant par ces points.

Résoudre l'équation d'une droite consiste à trouver les valeurs pour a et b. Lire l'ordonnée à l'origine (b), est très simple une fois la droite tracée : il s'agit de l'ordonnée du point d'intersection entre la droite et l'axe des ordonnées. Ainsi :

pour $f(x)$, $b = 1$ pour $g(x)$, $b = -2$ pour $h(x)$, $b = 0$ pour $i(x)$, $b = -4$

Une fois b identifié, l'on peut aisément calculer le coefficient directeur de la droite, avec les coordonnées de deux points de la droite.

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Par exemple pour $f(x)$

$a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{-5-10}{2-(-3)} = \dfrac{-15}{5} = -3$ (en pointillés sur le graphique)

CONSÉQUENCE : SIGNE D'UNE EXPRESSION DU PREMIER DEGRÉ

Prenons le cas de $f(x)$ et cherchons son signe.

Si $a > 0$, alors $ax + b > 0 \Leftrightarrow x > \dfrac{-b}{a}$

Si $a < 0$, alors $ax + b > 0 \Leftrightarrow x < \dfrac{-b}{a}$

EXEMPLES

$\frac{5}{4}$ x - 2 > 0 $\Leftrightarrow$ x > 2 x $\frac{4}{5}$ $\Leftrightarrow$ x > $\frac{8}{5}$ $\Leftrightarrow$ x > 1,6 (voir courbe de g(x))

Ce qui nous donne le tableau de signe suivant sur l'intervalle [-5;5].

x	-5	1,6	5
Signe de $\frac{5}{4}$ x - 2	-	**0**	+

Et $-3x + 1 > 0 \Leftrightarrow x < \frac{-1}{-3} \Leftrightarrow x < \frac{1}{3}$ (voir courbe de f(x))

Ce qui nous donne le tableau de signe suivant sur l'intervalle [-5;5].

x	-5	$\frac{1}{3}$	5
Signe de -3x +1	+	**0**	-

> *Remarque :*

Si $a < 0$, alors l'ordre est inversé car on divise par un nombre négatif.

Par exemple : $-9 < -3$ mais $3 > 1$ (on a divisé ici par -3)